

### Exercice n° 1 : (6 points)

On considère l'entier naturel  $N = 55y94x$  où  $x$  désigne le chiffre des unités et  $y$  le chiffre des milliers,  $r$  est le reste de la division euclidienne de  $N$  par 11.

1. On donne  $x = 1$  et  $y = 8$  :
  - a. Calculez  $r$ .
  - b. Déduisez-en le reste de la division euclidienne de  $N^2$  par 11.
2. On donne  $x = 9$ , déterminez  $y$  pour que  $N$  soit divisible par 11, justifiez.
3. On donne  $y = 7$  et  $r = 10$ . Calculez  $x$ .

### Exercice n° 2 : (5 points)

Soit  $n$  un entier naturel non nul, on donne l'expression  $A = 3n^2 + 7n - 6$ .

1. Trouvez les entiers  $a$  et  $b$  pour lesquels  $A = (n + 3)(an + b)$ .
2. Déterminez les valeurs de  $n$  pour lesquelles  $\frac{3n^2+7n}{n+3}$  est un entier naturel.

### Exercice n° 3 : (9 points)

Soient  $\xi$  et  $\xi'$  deux cercles de centres respectifs  $O$  et  $O'$ , tangents extérieurement en  $A$  et de rayons respectifs  $r = 2$  et  $r' = 3$ . On considère  $h$  l'homothétie de centre  $A$  qui transforme  $O$  en  $O'$ .

1.
  - a. Déterminez le rapport  $k$  de  $h$ .
  - b. Montrez que  $\xi'$  est l'image de  $\xi$  par  $h$ .
2. La perpendiculaire à  $(OA)$  en  $O$  coupe  $\xi$  en  $B$  et  $C$ .
  - a. Construisez le point  $I$  image de  $C$  par  $h$ .
  - b. La droite  $(AB)$  recoupe  $\xi'$  en  $J$ . Déterminez l'image de  $B$  par  $h$ .
  - c. Déduisez-en que les droites  $(IJ)$  et  $(AO)$  sont perpendiculaires.
3. La droite  $(OA)$  recoupe  $\xi$  en  $E$ . On pose  $h(E) = K$ .
  - a. Vérifiez que  $K \in \xi'$ .
  - b. Précisez la nature du triangle  $EBC$ . Déduisez-en celle du triangle  $KIJ$ . Justifiez.
4. Soit  $\Delta$  la tangente à  $\xi$  en  $A$ , la droite  $(EB)$  coupe  $\Delta$  en  $F$ . Montrez que  $F'$  est le barycentre des points pondérés  $(K, -1)$  et  $(J, 2)$  où  $F'$  est l'image de  $F$  par  $h$ .
5. Soit  $M$  un point de  $\Delta$  vérifiant :  $MF + MA = AF$ . Déterminez et représentez en couleur le lieu du point  $M'$  l'image de  $M$  par  $h$ .